

# 鬼ごっこにおける生き残り人数の理論曲線

## 1 はじめに

ここでいう「鬼ごっこ」とは、捕まえると鬼が交代するタイプではなく、時間がたつにつれて鬼が増えていくタイプのものである。なお、ここでは理論式の導出を目的としており、それ以上の考察は行わない。

## 2 理論式の導出

### 2.1 微分方程式の立式

生き残り人数の理論式は、以下のように導出される：

生き残り人数を  $N(t)$ 、鬼の人数を  $n(t)$ 、参加人数を  $A$  とする。生き残り人数の減り具合は、 $N(t)$  と  $n(t)$  に依存すると考えられるから、

$$\begin{aligned}\frac{dN(t)}{dt} &= KN(t)n(t) \\ &= KN(t)(A - N(t))\end{aligned}$$

ただし、 $K$  は定数である。

よって、今回の場合は  $A = 10$  であることに注意して、この微分方程式を解くと、

$$N(t) = \frac{10}{1 + Ke^{-C}e^{-10Kt}} \quad \text{ただし、} C \text{ は積分定数}$$

### 2.2 各定数の導出

$C$  については、 $N(0) = 8$  であったから、

$$Ke^{-C} = \frac{1}{4}$$

と求めることが出来る。 $K$  については、以下のように求めた。

#### 2.2.1 まさみ近似

最初に捕まった時刻 ( $t = 16$ ) において、 $N(16) = 7$  であることから、

$$e^{-160K} = \frac{12}{7} \quad \text{すなわち} \quad K = -3.37 \times 10^{-3}$$

#### 2.2.2 しばたん近似

最後のひとりが決定した時刻 ( $t = 64$ ) において、 $N(64) = 1$  であることから、

$$e^{-640K} = 36 \quad \text{すなわち} \quad K = -5.60 \times 10^{-3}$$

#### 2.2.3 中点近似

鬼ごっこの実施時間の中間点の時刻 ( $t = 33$ ) において、 $N(33) = 5$  であることから、

$$e^{-330K} = 4 \quad \text{すなわち} \quad K = -4.20 \times 10^{-3}$$

### 3 理論曲線のと比較

以上の理論曲線と、実際の生き残り人数のプロットとの比較を図1に示す。ただし、

$$f(t) = \frac{10}{1 + 0.25 \times e^{3.37 \times 10^{-2} \times t}} \quad \dots\dots \text{まさみ式}$$

$$g(t) = \frac{10}{1 + 0.25 \times e^{5.60 \times 10^{-2} \times t}} \quad \dots\dots \text{しばたん式}$$

$$h(t) = \frac{10}{1 + 0.25 \times e^{4.20 \times 10^{-2} \times t}} \quad \dots\dots \text{中間式}$$

である。

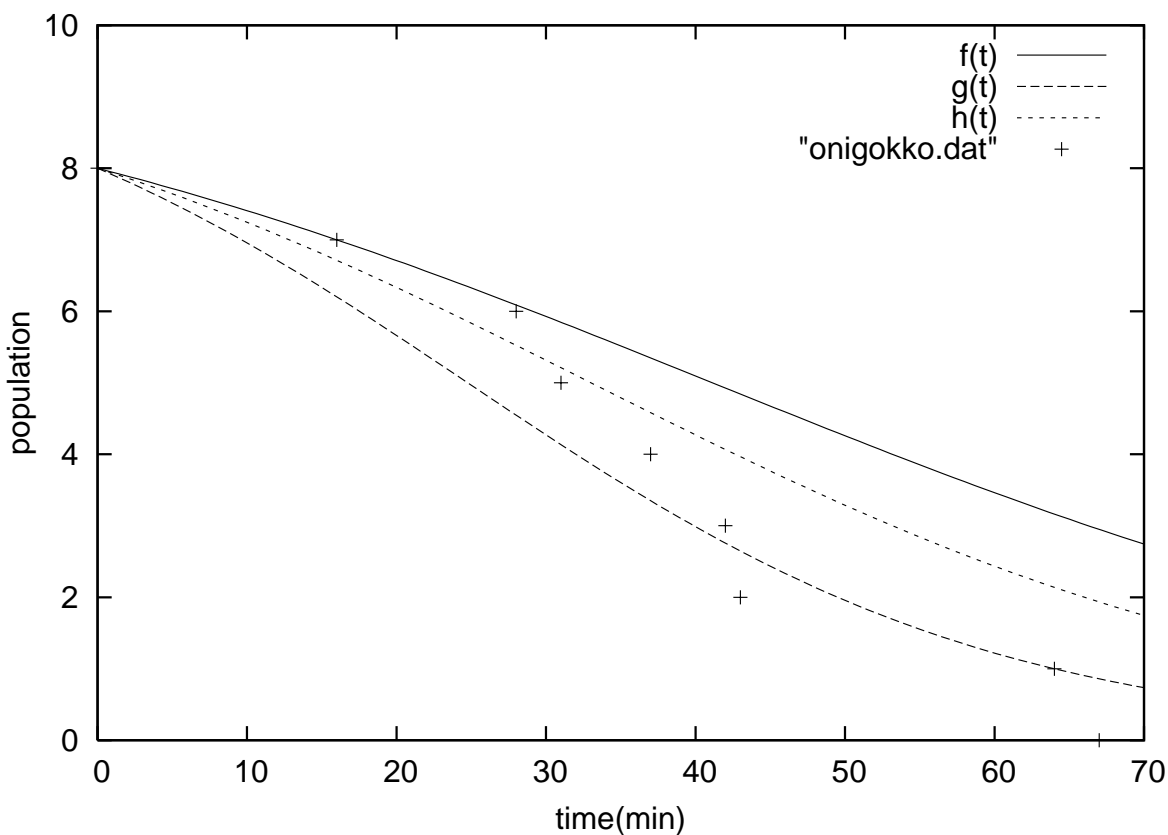


図1 鬼ごっこの結果と理論曲線